

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 26

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $4 \cdot 5 - (20 - 20 : 2) \cdot 2$ este egal cu
- 5p 2. Dacă 50% dintr-un număr este 20, atunci numărul este egal cu
- 5p 3. Cel mai mare număr divizibil cu 5 din mulțimea $A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$ este
- 5p 4. Paralelogramul $ABCD$ are perimetrul egal cu 16 cm. Știind că $AB = 6$ cm, lungimea laturii AD este egală cu ... cm .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul dreptelor $A' D'$ și AB are măsura de ...° .

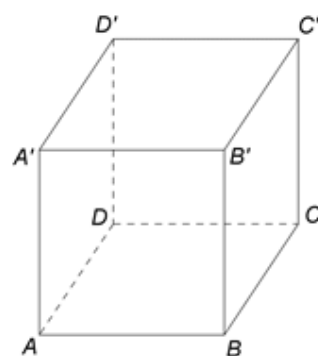


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este dată o dependență funcțională.

x	-1	0	1
$y = x - 5$	-6	-5	a

Conform informațiilor din tabel, numărul real a este egal cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă $ABCDEF$ cu baza triunghiul ABC .
- 5p 2. Determinați numărul natural nenul n , știind că împărțind numerele 89 și 49, pe rând, la n , obținem resturile 8, respectiv 4.
- 5p 3. După ce a citit 50 de pagini dintr-o carte, Matei constată că mai are de citit 5 pagini până la jumătatea cărții. Determinați numărul de pagini ale acestei cărți.
4. Se consideră numerele reale $x = 3\sqrt{2}(\sqrt{50} + \sqrt{72} - \sqrt{200})$ și $y = \left(\frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{300} : \frac{1}{3\sqrt{36}}$.
- 5p a) Arătați că $x = 6$.
- 5p b) Calculați media geometrică a numerelor x și y .
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (2x + 3)^2 - (2 - x)(2 + x) - 5x^2 - 12x$, unde x este număr real. Arătați că $E(x) = E(2020)$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* sunt reprezentate două cercuri de centre O și, respectiv, P . Cele două cercuri se intersectează în punctul T , astfel încât punctele A , T și B sunt coliniare, iar segmentele AT și TB sunt diametre ale celor două cercuri, $AT = 8\text{ cm}$ și $TB = 12\text{ cm}$. Pe primul cerc se consideră punctul C , diferit de A și de T , iar pe al doilea cerc se consideră punctul D astfel încât punctele C , T și D sunt coliniare.

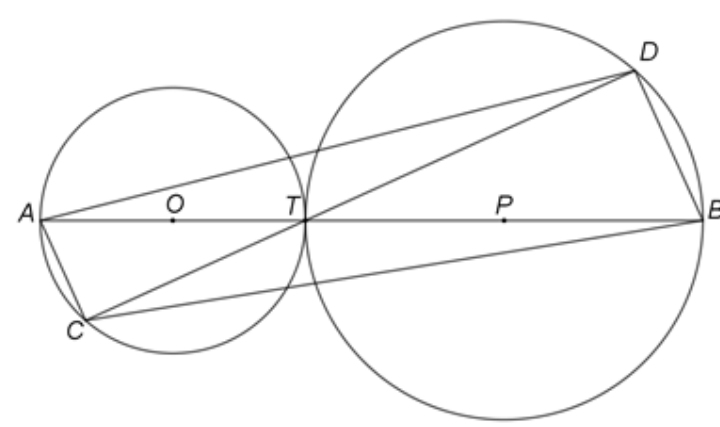


Figura 2

- 5p a) Arătați că $OP = 10\text{ cm}$.
- 5p b) Demonstrați că dreptele AC și BD sunt paralele.
- 5p c) Demonstrați că, dacă $m(\widehat{AC}) = 60^\circ$, atunci patrulaterul $ACBD$ are aria mai mică decât 90 cm^2 .

2. În *Figura 3* este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC cu $m(\angle BAC) = 90^\circ$, $AB = 30\text{ cm}$ și $AC = 40\text{ cm}$. Dreapta AM este perpendiculară pe planul (ABC) , punctul D este proiecția punctului M pe dreapta BC și $MD = 26\text{ cm}$.

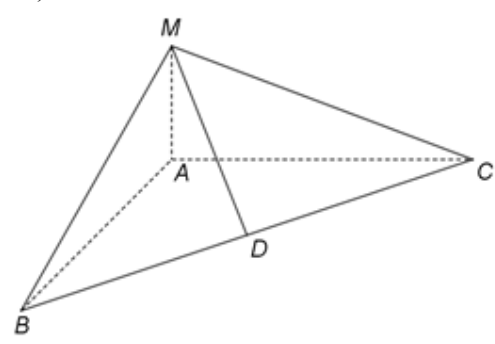


Figura 3

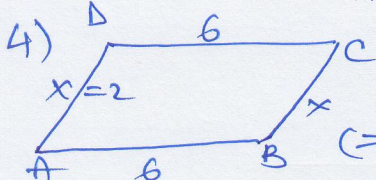
- 5p a) Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 120 cm .
- 5p b) Demonstrați că $AM = 10\text{ cm}$.
- 5p c) Calculați distanța de la punctul N , mijlocul segmentului MC , la dreapta AD .

TESTUL 26: - REZOLVARE:

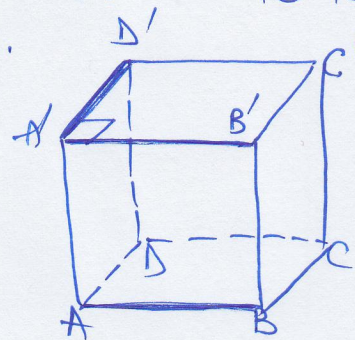
SUBIECTUL I: 1) $4 \cdot 5 - (20 - 20 : 2) \cdot 2 = 20 - (20 - 10) \cdot 2 =$
 $= 20 - 10 \cdot 2 = 20 - 20 = 0.$

2) $\frac{50}{100} \cdot x = 20 \Leftrightarrow x = 20 : \frac{50}{100} = 20 \cdot \frac{100}{50} = 2 \cdot 20 = 40.$

3) $A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}; A \cap M_5 = \{10, 15\}; R: 15 \text{ e cel mai mare.}$

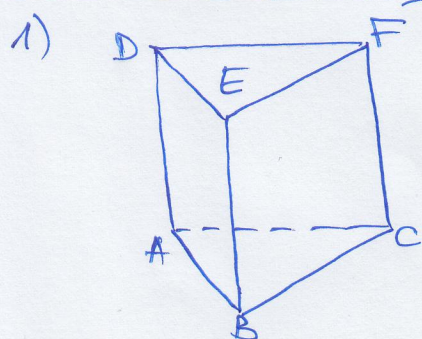
4)  $P_{ABCD} = 6 + 6 + x + x = 12 + 2x = 16 \Leftrightarrow 2x = 16 - 12$
 $\Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2; AD = 2 \text{ cm.}$

5) $A'D' \perp AB$: necoplanare
 $AB \parallel A'B' \Rightarrow m(\widehat{A'D'; AB}) =$
 $= m(\widehat{A'D'; A'B'}) = m(\widehat{D'A'B'}) = 90^\circ$
($A'B'C'D'$: pătrat).



6) $x = 1; y = x - 5 \Rightarrow y = 1 - 5 = -4 \Rightarrow a = -4.$

SUBIECTUL al II-lea:



2) $\begin{cases} 89 : n = c_1 \text{ rest } 8 \Rightarrow (89 - 8) : n; (8 < n) \\ 49 : n = c_2 \text{ rest } 4 \Rightarrow (49 - 4) : n; (4 < n) \end{cases}$

Deci $\begin{cases} 81 : n \\ 45 : n \end{cases}$, adică n este un divisor comun al lui 81 și 45.

$$\begin{array}{r} 81 = 3^4 \\ 45 = 3^2 \cdot 5 \end{array}$$

$$\text{c.m.m.d.c} = 3^2 = 9$$

Alți divizori comuni ar putea fi: 1; 3, dar mîgurul care îndeplinește condițiile ① este $n = 9.$

3) 5 pagini mai are de citit pînă la jumătate } $\Rightarrow$
50 pagini a citit

$\Rightarrow$ jumătatea cărții are 55 de pagini, deci cartea are 110 pagini.

4) a) $x = 3\sqrt{2}(5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 10\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 2 = 6$
Deci $x = 6$, g.e.d.

b) $y = \left(\frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right) \cdot 10\sqrt{3} \cdot 18 = \left(\frac{10\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} + \frac{10\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\right) \cdot 18 =$
 $= \left(\frac{10}{3} + \frac{10}{2}\right) \cdot 18 = \frac{180}{3} + \frac{180}{2} = 60 + 90 = 150.$ Deci $y = 150.$

$$m_f(x, y) = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{6 \cdot 150} = \sqrt{900} = 30.$$

$$5.) E(x) = (4x^2 + 12x + 9) - (4 - x^2) - 5x^2 - 12x, x \in \mathbb{R};$$

$$E(x) = \underline{4x^2} + \underline{12x} + \underline{9} - \underline{4} + \underline{x^2} - \underline{5x^2} - \underline{12x} = 5 \text{ pt. orice } x \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E(2020) = 5$$

$$E(x) = 5 \text{ pt. orice nr. real } x \Rightarrow E(x) = E(2020) \text{ pt. orice nr. } x \in \mathbb{R}.$$

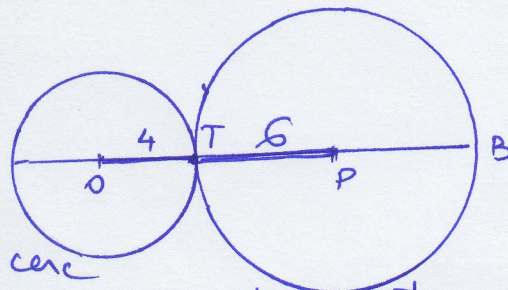
g.e.d.

SUBIECTUL al III-lea:

$$1) a) [AT] \text{ este diametru} \Rightarrow OA = OT = \frac{AT}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ (cm)} \rightarrow \text{raza primului cerc};$$

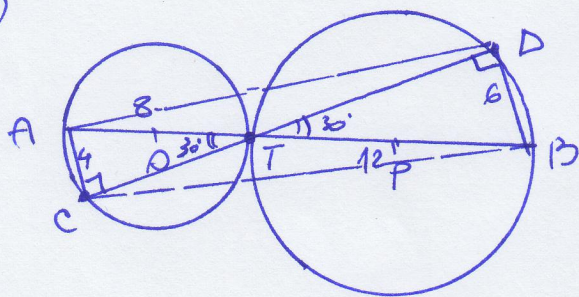
$$[TB] \text{ este diametru} \Rightarrow PT = TB = \frac{TB}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ (cm)} \rightarrow \text{raza celui de al doilea cerc}$$

$$OP = OT + TP = 4 + 6 = 10 \text{ (cm)}, \text{ g.e.d.}$$



cercuri tangente exterioare.

b)



Măsura unghiului înscris în cerc, care întinde diametrul este de $90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow m(\widehat{ACT}) = m(\widehat{BDT}) = 90^\circ$, ambele întind diametrele celor două cercuri.

$AC \perp CD$
 $BD \perp CD \Rightarrow AC \parallel BD$ (două drepte perpendiculare pe aceeași dreaptă, în plan, sunt paralele.)

$$c) m(\widehat{AC}) = 60^\circ \Rightarrow m(\widehat{ATC}) = \frac{1}{2} m(\widehat{AC}) = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ.$$

$AC \parallel BD, AC < BD \Rightarrow ACBD$ este un trapez cu bazele AC, respectiv BD.

$$\text{În } \triangle CAT \text{ dreptunghic în } \widehat{C}, m(\widehat{CTA}) = 30^\circ, AT = 8 \text{ cm} \Rightarrow AC = \frac{AT}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

$$\text{În } \triangle DBT \text{ dreptunghic în } \widehat{D}, m(\widehat{DTB}) = 30^\circ (\widehat{ATC} \text{ și } \widehat{DTB} : \text{opuse la vârf}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow DB = \frac{BT}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ (cm)}.$$

$TC \perp AC; TD \perp BD, C, T, D : \text{coliniare} \Rightarrow CD : \text{înălțime în trapezul } ACBD.$

$$\text{Cu T.P. în } \triangle CAT \text{ avem } CT^2 = AT^2 - AC^2 = 8^2 - 4^2 = (8-4)(8+4) = 4 \cdot 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CT = \sqrt{4 \cdot 12} = \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 3} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

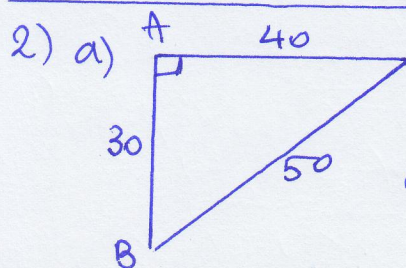
$$\text{Cu T.P. în } \triangle DBT \text{ avem } DT^2 = BT^2 - BD^2 = 12^2 - 6^2 = (12-6)(12+6) = 6 \cdot 18 = 6 \cdot 6 \cdot 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow DT = \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 3} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}. \text{ Atunci } CD = CT + DT = 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

$$A_{\square} = \frac{B+b}{2} \cdot i \Rightarrow A_{ACBD} = \frac{AC+BD}{2} \cdot CD = \frac{4+6}{2} \cdot 10\sqrt{3} = \frac{10}{2} \cdot 10\sqrt{3} =$$

$$= 50\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}. \text{ Avem } 50\sqrt{3} < 90 \text{ (c) } \Rightarrow 2500 \cdot 3 < 8100 \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7500 < 8100, \text{ deci } A_{ACBD} = 50\sqrt{3} \text{ cm}^2 < 90 \text{ cm}^2, \text{ g.e.d.}$$



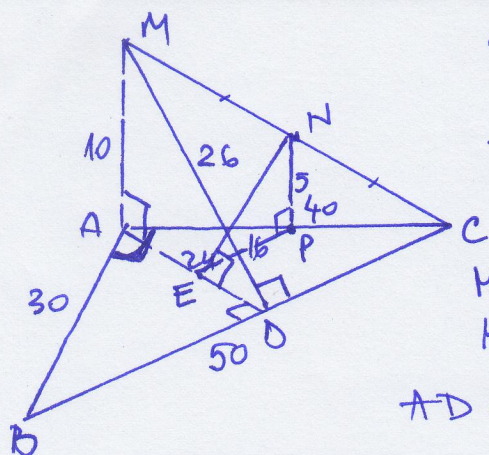
$$2) a) \text{ Cu T.P. avem } BC^2 = AB^2 + AC^2 = 30^2 + 40^2 = 50^2$$

$$BC = \sqrt{50^2} = 50 \text{ (cm)}.$$

(nr. pitagorice)

$$P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 30 + 40 + 50 = 120 \text{ (cm)}, \text{ g.e.d.}$$

b)



Proiecția unui punct pe o dreaptă este piciorul perpendicularei dusă din punct pe dreaptă, deci $MD \perp BC$.

$$\left. \begin{array}{l} MA \perp (ABC) \\ MD \perp BC \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{R.T. 3} \\ \Rightarrow \end{array} AD \perp BC, \text{ deci}$$

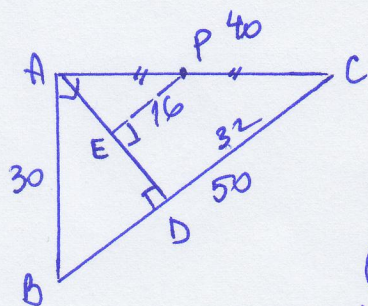
AD este înălțimea $\triangle ABC$; $DA \cdot BC = AB \cdot AC \Leftrightarrow$
(A.T. - a.T. î.)

$$\Leftrightarrow DA \cdot 50 = 30 \cdot 40 \Leftrightarrow DA = \frac{1200}{50} = 24 \text{ (cm.)}$$

$$\left. \begin{array}{l} MA \perp (ABC) \\ AD \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow MA \perp AD \Rightarrow \triangle AMD: \text{dreptunghic.}$$

$$\text{Cu T. P. avem } AM^2 = MD^2 - AD^2 = 26^2 - 24^2 = (26-24)(26+24) = 2 \cdot 50 = 100 \Rightarrow MA = \sqrt{100} = 10 \text{ (cm.)}, \text{ g. e. d.}$$

c)



Distanța de la un punct la o dreaptă este egală cu lungimea perpendicularei dusă din punct pe dreaptă.

$$\left. \begin{array}{l} (MAC) \perp (ABC) \text{ pentru că } MA \perp (ABC). \\ \text{Ducem } NP \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{NP \perp (ABC).} \quad ①$$

N: mijlocul lui $[AC]$

$$NP \perp AC; MA \perp AC \Rightarrow NP \parallel MA \Rightarrow [NP]: \text{linie mijlocie în } \triangle MAC, \text{ deci}$$

$$NP = \frac{AM}{2} = 5 \text{ cm, iar } P: \text{mijlocul lui } [AC].$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ducem } \underline{PE \perp AD} \\ AD \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow PE \parallel BC \Rightarrow [PE]: \text{linie mijlocie în } \triangle ADC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PE = \frac{1}{2} \cdot DC.$$

$$\text{Cu T. catetei în } \triangle ABC \text{ avem: } AC^2 = CD \cdot BC \Leftrightarrow 40^2 = CD \cdot 50 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow CD = \frac{40^2}{50} = 32 \text{ (cm.)}. \text{ Deci } PE = \frac{1}{2} \cdot DC = \frac{32}{2} = 16 \text{ (cm.)}.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Avem } NP \perp (ABC) \quad ① \\ PE \perp AD \quad ② \end{array} \right\} \Rightarrow NE \perp AD, \text{ conform T. 3.}, \text{ deci}$$

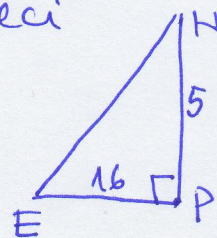
$$d(N, AD) = NE.$$

Cu T. P. în $\triangle NPE$ avem

$$NE^2 = PE^2 + PN^2 = 16^2 + 5^2 = 256 + 25 = 281$$

$$NE = \sqrt{281} \text{ cm}$$

$$\text{Deci } d(N, AD) = \sqrt{281} \text{ cm.}$$



$$\left(\begin{array}{l} 281 : 2; 3; 5; \\ \quad \quad \quad 7; 11; \\ \quad \quad \quad 13 \\ 281: \text{prim} \end{array} \right)$$

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 26

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	0	5p
2.	40	5p
3.	15	5p
4.	2	5p
5.	90	5p
6.	-4	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează prisma cu baza triunghi Notează prisma $ABCDEF$ cu baza triunghiul ABC	4p 1p
2.	$89 = n \cdot a + 8$, $n > 8$ și $49 = n \cdot b + 4$, $n > 4$, unde a și b sunt câturile obținute la fiecare împărțire; obținem $n \cdot a = 81$ și $n \cdot b = 45$, deci n este divizor comun al numerelor 81 și 45 $c.m.m.d.c\{81, 45\} = 9$ și, cum $n > 8$, obținem că $n = 9$	3p 2p
3.	$50 = \frac{x}{2} - 5$, unde x este numărul de pagini ale cărții $x = 110$	3p 2p
4.	a) $x = 3\sqrt{2}(5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 10\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}(11\sqrt{2} - 10\sqrt{2}) =$ $= 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6$ b) $y = \frac{5}{6\sqrt{3}} \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{3 \cdot 6} = \frac{25}{3} \cdot 18 = 150$ $m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{6 \cdot 150} = 30$	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 4 + x^2 - 5x^2 - 12x = 5$, pentru orice număr real x $E(2020) = 5$, deci $E(x) = E(2020)$, pentru orice număr real x	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $OP = OT + TP = \frac{AT}{2} + \frac{TB}{2} =$ $= 4 + 6 = 10 \text{ cm}$	3p 2p
	b) AT diametru, deci $m(\angle ACT) = \frac{1}{2}m(\widehat{AT}) = 90^\circ \Rightarrow AC \perp CD$ BT diametru, deci $m(\angle BDT) = \frac{1}{2}m(\widehat{BT}) = 90^\circ \Rightarrow BD \perp CD$, de unde obținem $AC \parallel BD$	2p 3p

	c) $\triangle ACT$ dreptunghic în C, $m(\angle ATC) = 30^\circ \Rightarrow AC = 4 \text{ cm}$, $TC = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ și $\triangle BDT$ dreptunghic în D, $m(\angle BTD) = 30^\circ \Rightarrow BD = 6 \text{ cm}$, de unde obținem $TD = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ $ACBD$ este trapez $\Rightarrow \mathcal{A}_{ACBD} = \frac{(AC + BD)CD}{2} = \frac{(4 + 6) \cdot 10\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \text{ cm}^2$ și, cum $50\sqrt{3} < 90 \Leftrightarrow 5\sqrt{3} < 9 \Leftrightarrow \sqrt{75} < \sqrt{81}$, obținem că $\mathcal{A}_{ACBD} < 90 \text{ cm}^2$	2p 3p
2.	a) $\triangle ABC$ este dreptunghic, deci $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{900 + 1600} = 50 \text{ cm}$ $P_{\triangle ABC} = AB + BC + CA = 30 + 50 + 40 = 120 \text{ cm}$	3p 2p
	b) $AM \perp (ABC)$, $BC \subset (ABC) \Rightarrow AM \perp BC$ și, cum $MD \perp BC$ și $AM \cap MD = \{M\}$, obținem $BC \perp (AMD) \Rightarrow BC \perp AD$ și, cum $\triangle ABC$ este dreptunghic, obținem $AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} = 24 \text{ cm}$ $AM \perp (ABC)$, $AD \subset (ABC) \Rightarrow AM \perp AD$, deci $AM = \sqrt{MD^2 - AD^2} = \sqrt{676 - 576} = 10 \text{ cm}$	3p 2p
	c) $\triangle AMC$ este dreptunghic în A și N este mijlocul segmentului $MC \Rightarrow AN = \frac{MC}{2}$ și $\triangle DMC$ este dreptunghic în D și N este mijlocul segmentului $MC \Rightarrow DN = \frac{MC}{2}$, de unde obținem $\triangle AND$ este isoscel $\Rightarrow NP \perp AD$, unde P este mijlocul segmentului AD, deci $d(N, AD) = NP$ $MC = 10\sqrt{17} \text{ cm} \Rightarrow AN = 5\sqrt{17} \text{ cm}$, deci $NP = \sqrt{AN^2 - AP^2} = \sqrt{425 - 144} = \sqrt{281} \text{ cm}$	3p 2p